

CONTEXTOS HISTÒRICS EN EL CURRÍCULUM DE MATEMÀTIQUES DE SECUNDÀRIA

Iolanda GUEVARA CASANOVA¹

¹Institut Badalona VII, grup d'història d'ABEAM.

Paraules clau: *contextos històrics, currículum de l'ESO, activitats d'aprenentatge*

Historical contexts in mathematics curriculum for secondary

Summary: *The math curriculum in Catalonia includes historical contexts since June 2007. The purpose of this research was to develop some historical contexts of the examples included in the new curriculum in math education. Each item includes a first section devoted to place the personages who have studied the subject in their historical context and another section with classroom learning activities. These activities are designed from old texts or translations and documented interpretations in order to solve them in their historical context and to work in the way of the personage who has studied it.*

Key words: *historical context, compulsory curriculum, learning activities*

Introducció

En aquesta comunicació es presenta un breu resum de la investigació realitzada durant el curs 2008-09, en el marc d'una llicència d'estudi retribuïda concedida pel Departament d'Educació per a realitzar el treball: *La història de les matemàtiques dins dels nous currículums de secundària*¹. Aquesta llicència forma part d'un conjunt de llicències que el CREAMAT (Centre de Recursos per a l'Ensenyament i Aprenentatge de les Matemàtiques, del Departament d'Educació) va impulsar per a desenvolupar recursos per a la implantació del nou currículum. En l'actualitat, aquestes llicències, així com altres materials, estan ubicades a l'aplicació Arc-Cercamat, dissenyat i construït pel CREAMAT que s'obrirà al públic el curs 2010-11.

¹ Aquesta llicència va ser supervisada per Maria Rosa Massa Esteve (Departament de Matemàtica Aplicada I de la UPC). Vegeu Guevara (2009).

Referències a la història en el nou currículum

La utilització de la història de les matemàtiques per ensenyar matemàtiques s'ha vist reforçada amb el currículum actual de l'ESO perquè hi apareix de manera explícita. Hi ha una referència clara a la història en el primer dels onze objectius de l'etapa i en la presentació del continguts:

- Valorar les matemàtiques com a part de la cultura, tant des del punt de vista de la història com des del de la diversitat cultural del món actual, i utilitzar la competència matemàtica per analitzar tota mena de fenòmens del nostre món i per actuar de manera reflexiva i crítica en els diferents àmbits de la vida.
- Al final dels continguts de cada curs, es suggereixen a tall d'exemple, aproximacions de caràcter històric a determinats continguts. Amb ells es pretén mostrar per una banda el desenvolupament històric de les matemàtiques com a ciència en evolució i sotmesa a canvis, i per l'altra evidenciar contextos on aquests continguts adquireixin significat (DOGC 4915: 21928)².

Hipòtesis o preguntes a les que respon la recerca

La introducció dels contextos històrics a la classe de matemàtiques hauria de ser un fet a partir dels nous currículums però la realitat és que encara és una pràctica poc habitual a les nostres aules per les diferents dificultats que suposa, semblants a les que s'apuntaven a l' ICMI Study (Fauvel & Van Maanen, 2000: 8-34).

La recerca s'ha plantejat per a trobar resposta a tres grans preguntes: Com es poden treballar a l'aula els contextos que apareixen en el currículum? Quines matemàtiques aprèn l'alumnat quan s'introdueixen contextos històrics a l'aula? Perquè treballar contextos històrics ajuda l'alumnat a adquirir la competència matemàtica?

Marc teòric de la recerca

El marc teòric de referència per aquesta recerca són la història, les matemàtiques, i les seves interrelacions. D'una banda, la història de les matemàtiques mostra el desenvolupament del coneixement matemàtic, explica els processos que han calgut per arribar fins al moment actual. (Boyer, 1986), (Joseph, 1996), (Mankiewicz, 2000), (Katz 2007; 2008), (Grattan-Guinness, 2004), (Chemla & Shuchun, 2005), (Grungnetti & Rogers, 2000).

De l'altra, les matemàtiques escolars són el reflex del que la societat considera que han d'aprendre els nois i noies, futurs ciutadans adults del demà. En el món global i connectat d'avui en dia, s'accepta que les matemàtiques són un instrument de coneixement i anàlisi de la realitat i al mateix temps es reconeix que constitueixen un conjunt de sabers de gran valor cultural, que ajuda a raonar, de manera crítica, sobre les diferents realitats i problemàtiques actuals. (Niss, 2002), (NCTM, 2000), (Bishop, 1999), (Mason & Wilder, 2006)

Què aporta la història a les matemàtiques? Molts matemàtics s'han interessat per la història i per les aportacions que aquesta podia fer a les matemàtiques i també al seu ensenyament. En els darrers vint anys, alguns d'ells han escrit obres que actualment són de referència obligada en aquest camp. (Katz 2000, 2007), (Barton, 2007), (Barbin, 2000), (Rogers, 2009), (Thomaidis & Tzanakis, 2009), (Boero, 1998)

² Decret 143/2007 en DOGC (Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya) 4915 – 29.6.2007: pàg. 21928).

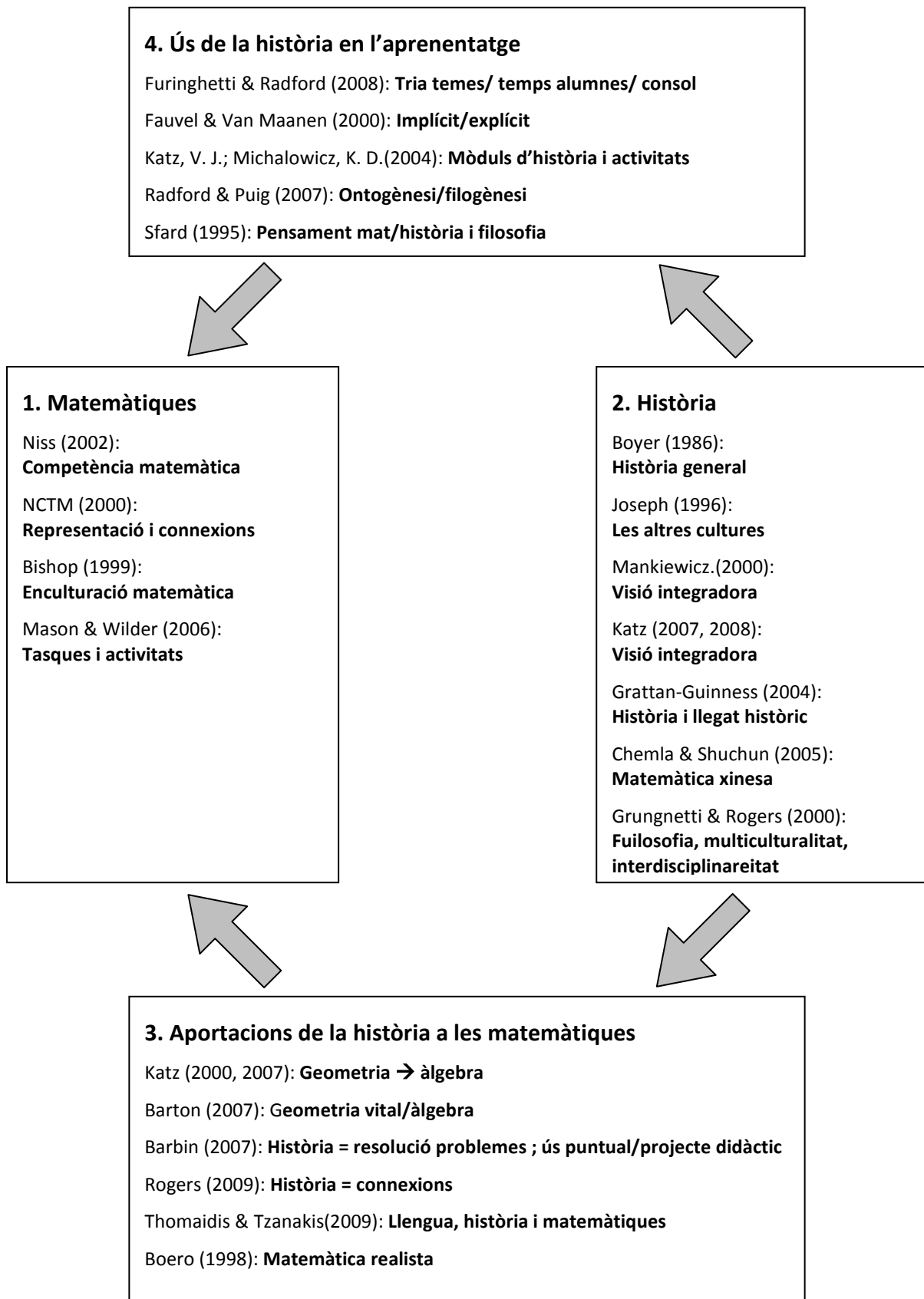


Fig. 1. Els autors de referència del marc teòric.

Com es pot utilitzar la història per ensenyar matemàtiques? Diversos autors plantegen que en l'ús de la història per ensenyar/aprendre matemàtiques un factor important a tenir en compte és la relació entre el desenvolupament del pensament dels alumnes i el desenvolupament de la història. Reconeixen que la introducció de la història de manera implícita serveix al professorat per decidir seqüències, i la manera d'introduir els conceptes; també dóna elements per entendre les produccions de l'alumnat. Si s'afegeix la forma explícita, serveix al professor com a element de referència per a dissenyar activitats que inclouen situacions històriques i a l'alumnat per a situar i relativitzar les seves dificultats. (Furinghetti & Radford, 2008) (Fauvel & Van Maanen, 2000), (Radford & Puig, 2007), (Sfard, 1995)

En aquest estudi se ha fet un ús i explícit de la història, és a dir, que no solament ha servit com a font d'inspiració i orientació sobre la seqüència d'activitats que s'han dissenyat i per a tenir elements que ajudin a analitzar el desenvolupament del pensament de l'alumnat, a través de les dificultats i els encerts que mostrin les seves produccions, sinó que la història està present dins de les mateixes activitats. (Massa, 2003), (Demattè, 2006).

La història mostra que les matemàtiques s'han desenvolupat a partir de la resolució de problemes, utilitzar la història retorna a la idea de que la resolució de problemes sigui el núcli de les activitats de l'aula. (Barbin, 2000)

Els resultats de la investigació

La investigació presenta els contextos més adients per començar a introduir la història de les matemàtiques a l'aula de secundària. La forma final ha estat l'elaboració de diferents materials que es puguin utilitzar a l'aula de manera independent, donant opció a que el professorat faci la tria dels que cregui més adients per al seu alumnat i per als objectius que persegueixi amb la introducció d'aquests contextos.

Es formula una proposta sobre quan introduir els contextos i com fer-ho. S'expliquen els criteris utilitzats per a decidir quins elements s'han desenvolupat, es concreten els components que conté cada element i s'afegeix informació general (objectius, com utilitzar-los, gestió de l'aula, temporització, materials i equipament necessari). Alguns dels elements presentats són revisions de l'elements elaborats pel grup d'història d'ABEAM. (Guevara *et al.*, 2005; 2008), (Romero *et al.*, 2007; 2009)

Els components de cada element

Cada element conté una introducció que planteja algunes qüestions relatives al tema; una justificació de l'elecció en relació al currículum i a la rellevància social o cultural; el context històric, la situació en el temps i l'espai del personatge introduït i de les preguntes que es formulava; el cos de l'element, el text, els problemes, la demostració; una reflexió sobre quin tipus d'activitats es poden generar a partir d'aquell context històric; una proposta concreta d'activitats per a l'aula; els aspectes competencials que es desenvolupen; les referències bibliogràfiques.

En la proposta, es situa l'activitat en un curs que li correspon, el moment de la unitat didàctica en que es recomana utilitzar-la i amb quin objectiu. Una part dels elements presentats en aquest projecte s'han implementat en aules de l'ESO; en aquests casos, es descriu com es va introduir i també s'inclouen algunes reflexions sobre el seu ús.

S'adjunten les referències utilitzades per a l'estudi de cada element perquè poden ser d'utilitat per al professorat interessat en el tema i en la seva implantació en l'aula per a completar i personalitzar la seva proposta. També poden servir per a proposar ampliacions a una part de l'alumnat.

Els elements desenvolupats en la investigació

Recobreixen els quatre cursos de l'ESO, utilitzant el Decret com punt de partida, encara que sembla raonable pensar que cada context és pot moure un curs cap amunt o cap avall i pertanyen a quatre dels cinc blocs de continguts del currículum: Numeració i càlcul, Canvi i relacions, Mesura, Espai i forma.

Comprenen diversos moments de la història i de diverses cultures. Coneixem en general, molt poc sobre altres cultures no europees i és relativament recent la inclusió de la història d'elles quan es parla d'història de les matemàtiques. En aquest sentit s'ha donat cabuda a les Matemàtiques Xineses i les Índies antigues, a més d'Egipte, Grècia antiga, el Món àrab i l'Europa renaixentista (Taules 1 i 2).

Context històric	Bloc de continguts	Aspectes de la competència matemàtica que se desenvolupen
1r d'ESO		
<i>ELS NOMBRES NEGATIUS I EL ZERO.</i> Xina, Grècia, Índia, Món àrab, Europa (250- 1567) Els nombres xinesos i El tauler de comptes xinès.	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació.
<i>APROXIMACIONS AL NOMBRE π.</i> El mètode d'Arquimedes per aproximar el nombre π (aprox. 287 a.C. – aprox. 212 a.C.).	Mesura	Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables.
2n d'ESO		
<i>EL TEOREMA DE PITÀGORES A LA GRÈCIA CLÀSSICA.</i> Els Elements d'Euclides (300 aC).	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes.
<i>EL TEOREMA DE PITÀGORES A LA XINA ANTIGA.</i> El capítol 9 (Gou gu) dels <i>Nou Capítols sobre els procediments matemàtics</i> (s. I).	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes.
<i>ELS NOMBRES NEGATIUS I EL ZERO.</i> Xina, Grècia, Índia, Món àrab, Europa (250- 1567) Els nombres negatius en Al-Samaw'al i Els Abacistes Italians.	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació. Comprendre el significat de les operacions.

Taula 1. Aspectes desenvolupats (1r i 2n d'ESO).

Context històric	Bloc de continguts	Aspectes de la competència matemàtica que se desenvolupen
3r d'ESO		
<i>LA RESOLUCIO DE SISTEMES D'EQUACIONS A LA XINA ANTIGA.</i> El capítol 8 (<i>fangcheng</i>) dels <i>Nou Capítols sobre els procediments matemàtics</i> (s. I).	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
<i>LA RESOLUCIO GEOMETRICA D'EQUACIONS DE 2N GRAU.</i> <i>Hisâb al-jabr wal-muqqabala</i> de Mohamed Ben-Musa al-Khwârizmî (813).	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.
	Espai i forma	Analitzar les característiques i propietats de les figures geomètriques de dos i tres dimensions i desenvolupar raonaments geomètrics sobre relacions geomètriques.
<i>ELS NOMBRES NEGATIUS I EL ZERO.</i> Xina, Grècia, Índia, Món àrab, Europa (250- 1567) Problemes xinesos i indis.	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació. Comprendre el significat de les operacions.
	Canvi i relacions	Utilitzar models matemàtics per a representar i comprendre relacions quantitatives.
4t d'ESO		
<i>EL TEOREMA DE MENELAU.</i> <i>Les Esfèriques de Menelau</i> (s. I), <i>la construcció amb Geogebra</i> (s. XXI).	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes.
	Mesura	Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables.
<i>RESOLUCIO DE TRIANGLES PER METODES GEOMETRICS I ALGEBRAICS.</i> <i>De triangulis Omnimodis</i> de Regiomontanus (1464).	Espai i forma	Utilitzar la visualització, el raonament matemàtic i la modelització geomètrica per a resoldre problemes.
	Mesura	Aplicar tècniques, instruments i fórmules apropiats per a obtenir mesures i fer estimacions raonables.
<i>ELS NOMBRES NEGATIUS I EL ZERO.</i> Xina, Grècia, Índia, Món Àrab, Europa (250- 1567). <i>L'algebra sincopada</i> de Diofant.	Numeració i càlcul	Comprendre els nombres i les diferents formes de representació. Comprendre el significat de les operacions.
	Canvi i relacions	Representar i analitzar situacions i estructures matemàtiques utilitzant símbols algebraics.

Taula 2. Aspectes desenvolupats (3r i 4t d'ESO).

Bibliografia

ARC-CercaMat. Aplicació de Recobriment Curricular:

<http://phobos.xtec.cat/creamat/cercamat/>
(30/09/2009)

BARBIN, E. (2000), «Integrating history: research perspectives», A: FAUVEL, John; VAN MAANEN, Jan (ed.), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, 63-90.

BISHOP, A. J. (1999), *Enculturación matemática. La educación desde una perspectiva cultural*, Barcelona, Paidós, col·lecció 'Temas de educación'.

BOERO, P. (1998), «Teaching and Learning Geometry in Contexts», A: MAMMANA, C.; VILLANI, V. (ed.), *Perspectives on the teaching of geometry for the 21st century*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, vol. 1, 52-61.

BOYER, C. B. (1986), *Historia de las Matemáticas*, Madrid, Alianza Editorial.

CHEMLA, K.; SHUCHUN, G. (ed.) (2005), *Les Neuf Chapitres, le classique mathématique de la Chine ancienne et ses commentaires*, París, Dunod [edició crítica bilingüe].

DEMATTE, A. (2006), *Fare matematica con i documenti storici. Una raccolta per la scuola secondaria de primo e secondo grado*, Trento, Editore Provincia Autonoma di Trento – IPRASE del Trentino [hi ha volum per a l'alumnat i volum per al professorat].

Departament d'Educació de la Generalitat de Catalunya (2007) Currículum de l'ESO: http://phobos.xtec.cat/edubib/intranet/file.php?file=docs/ESO/matematiques_eso.pdf

(11/08/2010)

també en: Decret 143/2007 en DOGC (Diari Oficial de la Generalitat de Catalunya) 4915 – 29.6.2007: 21928: <http://www.gencat.cat/eadop/imatges/4915/07176092.pdf>
(11/08/2010)

FAUVEL, J.; VAN MAANEN, J. (ed.) (2000), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers.

FURINGHETTI, F.; RADFORD, L. (2008). «Contrasts and oblique connections between historical conceptual developments and classroom learning in mathematics», A: ENGLISH, L. D., et al. (ed.), *Handbook of International research in mathematics education*, New York, Taylor & Francis, 626 – 655.

GRATTAN-GUINNESS, I. (2004), *History of the Mathematical Sciences*, India, Hindustan Book Agency.

GUEVARA, I.; MASSA, M. R. (2005), «Mètodes algebraics a l'obra de Regiomontanus (1436-1476)», *Biaix*, 25, 27-34.

GUEVARA, I. (2008), «The Menelaus Theorem, The Ptolemy proof (s. I) and the Geogebra construction (s XXI)», A: HUNGER, H. (ed.), *Proceedings of the 3rd International Conference of the European society for the History of Science*, Viena, ESHS.

GUEVARA, I. (2009), *La història de les matemàtiques dins dels nous currículum de secundària*:

<http://phobos.xtec.es/sgfprp/resum.php?codi=1864>

(30/10/2009)

GRUNGNETTI, L.; ROGERS, L. (2000), «Philosophical, multicultural and interdisciplinary issues». A: FAUVEL, J; VAN MAANEN, J. (ed.), *History in Mathematics Education. The ICMI Study*, Dordrecht/Boston/London, Kluwer Academic Publishers, 39 - 62.

JOSEPH, G. G. (1996), *La cresta del pavo real. Las matemáticas y sus raíces no europeas*, Madrid, Pirámide.

KATZ, V.J. (ed.) (2000), *Using History to Teach Mathematics. An International Perspective*, Washington, The Mathematical Association of America.

KATZ, V. J.; MICHALOWICZ, K. D. (ed.) (2004). *Historical Modules for teaching and Learning of Mathematics*, Washington, The Mathematical Association of America.

KATZ, V. J.; BARTON, B. (2007), «Stages in the history of algebra with implications for teaching», *Educational Studies in Mathematics*, 66: 185 –201.

KATZ, V.J. (2008), *A History of Mathematics. An Introduction*. Massachusetts, Addison Wesley Logman Inc. Reading [3a ed.].

MANKIEWICZ, R. (2000), *Historia de las Matemáticas*, Barcelona, Paidós.

MASON, J.; JOHNSTON-WILDER, S. (2006), *Designing and using Mathematical Tasks*, St.Albans/Milton Keynes, Tarquin Publications & Open University.

MASSA, M. R. (2003), «Aportacions de la història de la matemàtica a l'ensenyament de la matemàtica», *Biaix*, 21, 4-9.

NISS, M. (2002), *Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics: The Danish KOM Project*. Denmark:

[http://www7.nationalacademies.org/mse/b/Mathematical Competencies and the Learning of Mathematics.pdf](http://www7.nationalacademies.org/mse/b/Mathematical%20Competencies%20and%20the%20Learning%20of%20Mathematics.pdf)

(09/01/2009)

NCTM (2000), *Principios y Estándares para la Educación Matemática*, Granada, Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Proyecto Sur Industrias Gráficas.

RADFORD, L.; PUIG, L. (2007), «Syntax and meaning as sensuous, visual, historical forms of algebraic thinking», *Educational Studies in Mathematics*, 66, 145-164.

ROGERS, L. (2009), «History, heritage, and the UK mathematics classroom», A: *Working group 15, The role of the history of mathematics in Mathematics Education: Theory and Research*, 119-128.: <http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherches/actes-en-ligne/1wq15.pdf> (08/05/2009)

ROMERO, F.; GUEVARA, I.; MASSA, M. R. (2007), «Els Elements d'Euclides. Idees trigonomètriques a l'aula». A: GRAPÍ, P.; MASSA, M.R. (ed), *Actes de la II Jornada sobre la Història de la Ciència i l'Ensenyament*, Barcelona, SCHCT-IEC, 113-119.

ROMERO, F.; PUIG-PLA, C.; GUEVARA, I.; MASSA, M. R. (2009), «La trigonometria en els inicis de la matemàtica xinesa. Algunes idees per a treballar a l'aula», *Actes d'Història de la Ciència i de la Tècnica*, Vol. 2(1), 419-426.

SFARD, A. (1995), «The development of algebra: Confronting historical and psychological perspectives», *Journal of Mathematical Behavior*, 14, 15-39.

THOMAIDIS, Y.; TZANAKIS, C. (2009), «The implementation of the history of mathematics in the new curriculum and textbooks in Greek secondary education», *A: Working group 15. The role of the history of mathematics in Mathematics Education: Theory and Research*, 139 – 151:
<http://educmath.inrp.fr/Educmath/recherches/actes-en-ligne/1wq15.pdf>
(08/05/2009)